自然科学系 数学教育講座 准教授　橋本(はしもと) 行洋(ゆきひろ)

研究分野のキーワード：準周期構造，代入力学系，標準数系，区間力学系，整数の運動学

研究紹介

例えば，ちょっと変わった生き物を想像してみましょう．この生き物の子供を「ｃ」，大人を「Ｐ」で表します．この生き物は１単位時間に「ｃ」から「Ｐ」に成長し，また「Ｐ」は自分のすぐ右隣に新しい「ｃ」を産みます．この様子を記号で

（★）　　　　　　　　　　　　ｃ→Ｐ，　Ｐ→Ｐｃ

と表すことにします．この操作を繰り返していくと，

ｃ→Ｐ→Ｐｃ→ＰｃＰ→ＰｃＰＰｃ→ＰｃＰＰｃＰｃＰ→ＰｃＰＰｃＰｃＰＰｃＰＰｃ→…

といった「Ｐ」と「ｃ」の，一見乱雑に見える列が現れます．実際この列はどこまでいっても決して周期的になることはありません．それは「Ｐ」と「ｃ」の割合が無理数（実際には黄金比）になることに由来しています．しかし乱雑だからといって，この列は乱数で作られたものでもありません．（★）というルールでできているからです．このように，ランダムではないのだけど周期的でもないものは準周期的と呼ばれ，多くの研究者たちを魅了している世界です．

今見た例は一次元のものですが，これを二次元にすると決して同じパターンを繰り返すことのない平面タイル張り，例えばペンローズ・タイリングといった準周期構造が生まれます．あるいはこういったものは数学遊戯のように思うかもしれませんが，実際に三次元の結晶格子で，こういった決して同じパターンを繰り返さない準周期構造をもった物質が沢山見つかっており，数学，物理，化学，生物学など様々な分野が交錯しながら精力的な研究が行われています．

一次元の準周期構造は例えば（★）のような記号のルール（代入力学系）によって生み出せますが，より組織的な方法として「切断と射影」が知られています．高次元の格子点をある「窓」から覗いて，見える格子点の影だけを落とすことで高次元の準周期的な構造を作り出せます．実はこの「窓」から見える格子点が「窓」内にどのように散らばっているかを考えると，また別の研究につながっていきます．先ほどの（★）で例えると，窓から見える点は，ちょうど黄金比γの整数倍，γ，2γ，3γ，... の小数部分の集まりです．このような点が[0, 1]区間内にどのようなルールでどのような間隔で現れるのかを観察すると，例えばｎ進数を拡張した，標準数系の研究につながっていきます．

またこの研究の発想は，自然数全体を[0, 1]区間に埋め込むことで，整数を整数に写す関数の性質を区間力学系の方法論を用いて調べるという手法にも行き着きます．私はこれを「整数の運動学」と呼んで研究を進めています．それは例えば，未解決な問題「3x+1 問題」（＝コラッツの問題，私自身高校時代からずっと関わっている）への新たなアプローチを与えてくれると考えています．