自然科学系 数学教育講座 准教授 岸(きし) 康弘(やすひろ)

研究分野のキーワード：代数体，イデアル類群，類数，多項式，不定方程式，連分数

研究紹介

私の研究分野は代数学の一分野である代数的整数論です。代数的整数論とは，整数の概念を拡張した『代数的整数』の性質を研究する分野です。2 以上の整数はいつも素数の積に唯一通りに表せます。これを素因数分解の一意性といいます。整数の世界ではよく知られたこの性質も，代数的整数の世界では，一般には成り立ちません。私が最近興味を持っているのは，整数の世界を“2 次だけ”拡張するとき，その世界でも素因数分解の一意性が成り立つようにするにはどのように拡張したらよいかという問題です。

整数の概念を拡張する際，イデアルと呼ばれるものを導入します。イデアルは集合なのですが，イデアル同士を足したり掛けたりすることができます。また，2 つのイデアルの最大公約イデアルというのもあったりして，数のように扱うことができます。このイデアルを基にして作られる『イデアル類群』が，私の研究対象です。イデアル類群は有限集合になり，イデアル類群の元の個数は類数と呼ばれます。この類数は，拡張した世界における素因数分解の一意性の“ずれ”を表す不変量として，代数的整数論において古くから研究の対象となっています。しかしながら，ガウス予想（類数が 1 の実 2 次体は無数に存在する）をはじめ，2 次体の類数に関してですらその値は明確に捉えられず，数多くの未解決問題が残っています。

イデアル類群の構造を分析するためには，様々な道具が用いられます。私が主に用いる道具として，整数の基となる素数はもちろんのこと，多項式や不定方程式，連分数，単数，ガロア群などが挙げられます。以前，研究中に『n^2+4 の形をした素数が無限にほしいなぁ』なんていうことがありました。5 や 13，29 などは n^2+4 の形をした素数で，そのような形をした素数はいくつもありそうですが，残念ながら無数に存在するかどうかは未だ解決されておらず，とても難しい問題なのです。また，不定方程式の問題にもよくぶつかります。例えば，『方程式 $2^x-3^y=\pm1$ の正の整数解を決定せよ』などです。（ちなみにこの答えは $(x,y)=(1,1)$，$(2,1)$，$(3,2)$ です。解がこの 3 つしかないことを証明できますか？）このように，いくつかの問題を解きながら，あるいはあきらめて別の方法を探りながら大きな目標に向けて研究を進めています。

最初に述べた，私が興味を持っている「素因数分解の一意性が成り立つ世界の作り方」ですが，素因数分解の一意性が成り立つことと類数が 1 になることは同値になっています。現在は連分数という道具を使いガウス予想解決に向けて研究しています。

数学という広い世界の中で，楽しみながら，そしてときにはもがき苦しみながら，様々な問題に取り組んでいます。高校生諸君にも，数学の問題を考えることの面白さを伝えていけたらと考えています。