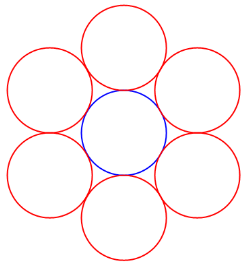
自然科学系 数学教育講座 講師　野崎（のざき） 寛（ひろし）

研究分野のキーワード：代数的組合せ論、離散幾何、アソシエーションスキーム、距離集合、デザイン

研究紹介

まず、簡単な問題から始めましょう。10 円玉を何枚か用意します。10 円玉をテーブルの上に 1 枚置きます。最初に置いた 10 円玉に接するように他の 10 円玉を並べていきます。このとき、何枚まで 10 円玉を互いに重なることなく並べることが出来るでしょうか？実際にやってみると、右の図のようになって、6 枚であることが分かります。



この問題を 3 次元の球で考えると、どうなるでしょうか？3 次元でのこの問題は 13 球問題として知られています。1694 年、Newton は 12 個まで接することが出来ると主張し、Gregory は 13 個接することが可能であると主張しました。問題は単純なものですが、優秀な科学者でさえも、その完全な証明を与えることは出来なかったのです。その論争から 250 年以上も経った 1953 年、Newton が主張した 12 個が正しいということが、Schütte と van der Waerden によって示されました。その証明は簡明なものとは言い難く、その後も、いくつもの証明が様々な人により与えられ、現在もなお、よりエレガントな証明が求められています。

球にいくつの球が接することが出来るかという問題は、「Kissing number problem（接吻数問題）」として広く知られており、4 次元以上の高次元の球でも同じ問題が考えられています。8 次元においては 240 個、24 次元においては 196560 個であることが知られており、2003 年に Musin により 4 次元接吻数が 24 であることが示されました。その他の次元においては、興味深い未解決問題として残されています。

接吻数を与える球面上の点の配置というものは、均等に球面に配置されているようで、「きれいに」配置されていると言えるでしょうか。よく知られている正多面体の頂点たちも、ばらばらに並べた点たちよりも、「きれいに」並べられていると言えそうです。さて、ここで言う「きれいに」とは、数学の言葉で言うと、どの様に表すことが出来るでしょう。私の専門分野の代数的組合せ論では、その「きれいさ」を表す数学的な言葉が沢山あります。そして、同じ性質を満たす点の配置を高次元にまで思いを巡らせ、探し出しているのです。点の配置など離散的なものを扱う場合には、行列などの「代数」の道具が非常に役に立ちます。様々な代数の道具を駆使して研究を行っています。