

研究分野のキーワード：常微分方程式，力学系

研究紹介

数学は、世の中で起こるさまざまな現象を解明するのに役立っています。特に、ニュートン（1642～1727）とライプニッツ（1646～1716）が発明した微分積分法は、物理学などの科学の基礎となり、近代科学文明の成立に貢献しました。

科学の法則の多くは微分方程式で表されています。微分方程式とは、微分を含んだ方程式のことです。例えば、一定の気温 a (°C) の中に置かれたコップのお湯の温度を y (°C)、経過時間を t (秒) とすると、お湯の温度の変化は $\frac{dy}{dt} = -k(y - a)$ という微分方程式で表されます。定数 k の値はコップの大きさなど状況によって違いますが、およそ $k \doteq 0.0011$ (1/秒) くらいです。この微分方程式は微分積分法の計算で簡単に解くことができ、解は $y = (y_0 - a)e^{-kt} + a$ になります。ただし、 y_0 はお湯の最初の温度です。

このように、微分方程式を解くことによって世の中に起こるさまざまな現象を理解することができます。しかし、ほとんどの微分方程式は、微分積分法の計算では解くことができません。では、科学者たちはどのような方法で微分方程式を解いているのでしょうか？ 多くの場合、コンピュータを使った数値計算で解いているのです。微分方程式を数値計算で解く方法はとても便利です。人工衛星の軌道などもこの方法で計算されています。しかし、この方法には欠点があります。数値計算は有限ケタの数値しか扱えないので、計算結果に誤差が出てしまうのです。例えば、「太陽系は安定に存在し続けるか？」という問題は、数値計算で答えを出すことができません。なぜなら、非常に遠い未来のできごとを数値計算で求めるのは、誤差が大きくなりすぎて不可能だからです。

そこで、ポアンカレ（1854～1912）は、微分方程式を研究する方法として、微分積分法の計算で解く方法、数値計算で解く方法のほかに、もう 1 つの違う方法を考えました。それは微分方程式の解が描く図の性質を調べる方法です。この方法による研究分野は、「微分方程式の定性的理論」または「力学系理論」と呼ばれています。この理論の発展により、先ほどの「太陽系は安定に存在し続けるか？」という問題にも肯定的な解答を与えることができるようになりました。

私の研究分野は「常微分方程式の定性的理論」です。今までは、電気回路の発振現象に関する常微分方程式の解の性質などを研究してきました。最近では、重力の法則を勝手に変えたとき、太陽の周りを回る惑星がどのような運動をするかについて興味を持っています。