自然科学系 数学教育講座 講師　須田（すだ） 庄（しょう）

研究分野のキーワード：代数的組合せ論，アソシエーションスキーム，線形計画法，球面上のデザイン

研究紹介

代数的組合せ論（組合せ論的な対象を代数学を用いて研究する分野）におけるアソシエーションスキームを研究しています．アソシエーションスキームとは統計の実験計画法において登場した概念ですが，有限可移置換群の満たす組合せ論的な性質を抽象化した対象であり，符号理論やデザイン理論を統一的に扱う場として捉えられています．それゆえ数学の様々な分野と交錯してこれまで研究されています． 多岐にわたる観点から研究されている対象ですが，1973 年にベルギーの数学者 Delsarte は符号理論，デザイン理論を展開する上で重要な道具として線形計画法を用いています．

一つの応用として，次の問題を考えてみましょう． n,kを自然数とし， $n \geq 2k$を満たすとします． 要素の数がnの集合の， 要素の数がkの部分集合の集まり（部分集合族といいます）を考え，どの二つの部分集合も交わるとします． このとき部分集合族の最大のサイズはいくつでしょうか？　この極値集合論の問題はErdös-Ko-Radoの1961年の論文で解決されており，それ以降様々な方法で証明されています． その一つとして， そのような性質をもつ部分集合族を「ある特別なアソシエーションスキームの部分集合で， 最大距離が制限されている符号」とみなし， 線形計画法を利用することで解答を与えられます．（上記の問題の答えは${}_{n-1}C_{k-1}$です．）

また，1977 年にはすでに登場した Delsarte とオランダの数学者 Goethals，Seidel によって実ユークリッド空間内の球面上の符号理論，デザイン理論の研究が始まりました．すなわち，対象とする空間をアソシエーションスキームから実球面へ移したわけです．ここでの理論も線形計画法が有効に用いられ，次のような問題に対して有効なアプローチといえます：地球の平均気温を地球に観測所をおいて求めるとき，どのように配置すればよいでしょうか？　北極ないし南極の周辺，もしくは赤道上の周辺にのみ観測所を置いたら平均気温は得られないことは容易に想像できます．ではどのように均等に置いたらよいか．このときに用いられるのが実球面上のデザイン理論です．

最近の私の研究は三者の実球面上の理論の，複素ユークリッド空間内の球面の理論に対する類似を研究しています．これによりどのような現象が記述できるか，またアソシエーションスキームとの関連や整数論や最適化などの数学の他の分野を用いて理論を深化できないか研究しています．