

研究分野のキーワード：位相幾何学，オイラー標数，基本群，ホモロジー群，多様体

研究紹介

位相幾何学は別名トポロジーとも呼ばれ、伸び縮みの自由な図形について研究する幾何学です。取り扱う図形は全てゴムや粘土でできていて、自由に伸ばしたり、縮めたりして変形させることができます。但し、ちぎったりくっつけたりしてはいけません。そのような制約の下に図形を変形して互いに同じになるものを位相同型な図形と呼びます。例えば、ドーナツとコーヒーカップは位相同型になります。（インターネットで検索するとコーヒーカップとドーナツが位相同型になる様子の動画がありますから興味のある人はみてみてください）位相幾何学の究極の目標は位相同型の下に図形を分類したときにどれくらいの種類の図形があるのかを明らかにすることです。みなさんが、高校までで学んでいるユークリッド幾何学も図形を合同（平行移動と回転で互いに移りあう）の下に分類することを究極の目標としているのと同じですね。ユークリッド幾何学で三角形の合同条件として2辺とその間の角が等しければ合同であるという定理がありましたが、これは、2つの三角形を平行移動と回転で重ねなくても、それぞれの三角形の辺の長さや角度を比べれば合同かどうか判定できるというありがたい定理です。位相幾何学では、図形の伸び縮みが自由なので、角度や長さのようなものは役に立ちません。その代わりにするものとして、オイラー標数や、基本群や、ホモロジー群などの「位相不変量」とよばれるものたちがあります。（角度や長さは「合同不変量」と考えられますね）数学にかぎらず、ものごとは、対峙する対象を明確に定めなければ何をやっても徒労に終わります。位相幾何学でも漠然と図形を取り扱うのではなく、多様体と呼ばれる図形を取り扱います。n次元の多様体とは、図形全体はどうなってるかわからないけれども、図形のどの点の周りもn次元ユークリッド空間と同じである図形のことです。たとえば、我々が住んでいる宇宙空間などは3次元の多様体です。（宇宙のあらゆるところに行ったわけではないけどおそらくどこに行っても3次元のユークリッド空間だろうという希望的予測の下にです）2次元の多様体は古くから分類は完成していて、オイラー標数が同じなら位相同型、つまり、オイラー標数という集合の分だけあることが知られていました。3次元の多様体は近年、100年間未解決であったポアンカレ予想という大問題が解決されたときに同時に解決されたサーストーン予想という問題の解決によって、基本群が同じなら位相同型であるということが証明されました。私の研究は、オービフォールド（日本語ではV多様体とか軌道体と呼ばれています）と呼ばれる、特異点をもつ多様体の研究です。宇宙がブラックホールをもつことを考えるとこちらのほうが、より宇宙に近いかもしれませんね。