算数・数学分科会

数学的な思考力，表現力を育む数学科の授業
－課題解決での話合いや記述などの言語活動を通して－

附属名古屋中学校

Ⅰ　はじめに


課題に取り組む子ども

「知識基盤社会」といわれる変化や進歩の激しい現在の社会では，自ら考え，実行できることが求められている。経済協力開発機構（ＯＥＣＤ）は，「知識基盤社会」の時代を担う子どもたちに必要な能力を，「主要能力（キーコンピテンシー）」として定義付け，国際的に比較するＰＩＳＡ調査を行っている。ＰＩＳＡ調査では数学的リテラシーとして判断と洞察が必要とされるような様々な状況のもとで，機能的な利用ができるような数学的知識を重視している。「ＰＩＳＡ2003」「ＰＩＳＡ2006」「ＴＩＭＳＳ2003」及び「全国学力・学習状況調査（平成19年実施）」の調査結果を受け，平成20年１月に中央教育審議会の「幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領の改善について（答申）」では，思考力・判断力・表現力等の育成に課題があると述べられている。その中で，思考力・判断力・表現力等の育成にとって不可欠であると六つの学習活動が提示されている。永田潤一郎氏は「『答申』があげている学習活動の例のうち『概念・法則・意図などを解釈し，説明したり活用したりする』ことや『情報を分析・評価し，論述する』こと，『課題について，構想を立てて実践し，評価・改善する』ことは，中学校数学科との関連が深く，その指導について今後の検討を深める必要がある。」[1)] と述べている。そして，こうした言語活動で取り上げる対象を「例えば，問題解決の過程で見いだした事柄や根拠，方法，関係，着想など，説明し伝え合おうとする内容である。」[2)] と例示し，数学科において，言語活動を充実させる必要性を訴えている。

以上のことから，私たちは研究主題を「数学的な思考力，表現力を育む数学科の授業―課題解決での話合いや記述などの言語活動を通して―」と設定し，研究を進めることとした。

Ⅱ　研究の概要

１　数学科が目指す子ども像

私たち数学科は，目の前の子どもたちが，変化や進歩の激しい現在の社会を生きていくために，以下のように育ってほしいと考えている。

【数学科が目指す子ども像】

自ら問題を見つけ，数学的な思考力，表現力を用いて，その問題を解決することができる子ども

私たちは，数学的な思考力，表現力とは「既習事項を基に，言葉や数，式，図，グラフを適切に用いて事象を論理的に考察する力」と捉えている。思考するためには，図やグラフなどで表現する

ことが必要であり，適切な図やグラフなどを用いて表現するためには，思考することが必要である。このため，数学的な思考力，表現力の関係は相互補完的なものであると考える。

2　育みたい資質や能力

数学科の目指す子ども像に近づけるためには，次の資質や能力を育む必要があると考える。

○　既習事項を基に，言葉や数，式，図，グラフを適切に用いて事象を論理的に考察する力 【数学的な思考力，表現力】

○　課題や解決方法に疑問をもったり，よりよいものを求めようとしたりして，論理的に考察しようとする態度 【数学的な態度】

課題や解決方法に疑問をもったり，よりよいものを求めようとしたりして，論理的に考察しようとする態度を育むことが，子どもたちが将来，自ら問題を見つけ解決していくことにつながると考えている。ただし，数学的な態度については研究の対象とはしない。

3　資質や能力を育むために

片桐重男氏は「『数学的な考え方』を駆使することによって，初めて『自ら考え，自ら判断し，どんな技能や知識を使ったらよいかが，考えられてくる』のである」[3)] と述べている。このことから，私たちは，数学的な思考力，表現力を育んでいくために，数学的な考え方の認識を深めさせたり，「数学的な概念」を形成させたりする必要があると考えた。そのためには，「授業において子どもたちに課題を解決させ，その過程を振り返らせる」といった一連の活動において話合いや記述などの言語活動を充実させていくことが大切だと考える。

友達と話し合う子どもたち

ソシュール（Ferdinand de Saussure　1857-1913）は「記号の表示部（シニフィアン）と内容部（シニフィエ）は，もともと性質が異なるものなのであって，異なるもの同士を社会が約束事を決めることによって結び付けているに過ぎない。記号を使う人間は，その記号のシニフィアンとシニフィエの結び付きを覚えることで，事柄の伝達を行っている」と述べている。このシニフィアンとシニフィエの結び付きを覚える過程において言語活動を充実させていくことが「数学的な概念」を形成させていく上で重要である。なぜなら，子どもたちが事柄の伝達を行う場合，記号のシニフィエが子どもの間で異なっている可能性があるからである。例えば比例の表を見たとき，ある子どもはそれを見て「規則がある」と発言し，他の子どもはそれに同意する場面がある。しかし，発言した子どもとそれを受け取った子どもの間では「規則」に関するシニフィエが異なっている可能性がある。「規則」という言葉だけでは，「値の変化の規則」なのか「値の対応関係の規則」なのか，それ以外のものを指しているのかが分からないからである。このような場面において話合いをさせることで「規則」にかかわる「数学的な概念」を形成させることができると考える。つまり，「数学的な概念」を形成させるためには，解決の過程で用いたり獲得したりした知識の有用性について話し合わせ，その話合いを通して捉えたことを自分の言葉で記述させることが大切である。

また，私たちは，数学的な考え方と「数学的な概念」は相互補完的な関係にあると考える。それ

は，子どもたちは授業において課題を解決し，その過程を振り返ることで，課題の解決に用いた数学的な考え方の認識を深めるとともに，その解決の過程で用いたり獲得したりした知識の有用性を「数学的な概念」に取り入れ，その形成した「数学的な概念」を新たな課題解決に用いることで数学的な考え方の認識を深めることが可能となるからである。

例えば，平方根の授業において，子どもたちに様々な解決方法で$\sqrt{2}\times\sqrt{8}$の演算について考えさせる。子どもたちは面積図を用いたり，特殊な場合を例に挙げたり，式を２乗したり，文字を用いたりするなど，数学的な考え方（図形化の考え方，特殊化の考え方，演繹的な考え方，一般化の考え方など）と「数学的な概念」を用いて課題を解決する。その後，子どもたちの考えを発表させる。さらに「平方根の乗法について考える上で大切なこと」という論点を与えて話合いを行い，話合いを通して捉えたことを授業日記として記述させる。こうすることで，「２乗する方法はどんな数でも説明することができる」「文字を使うとすべての場合が説明できる」という数学的な考え方の認識を深めさせたり，平方根の乗法にかかわる「数学的な概念」を形成させたりすることができるのである。

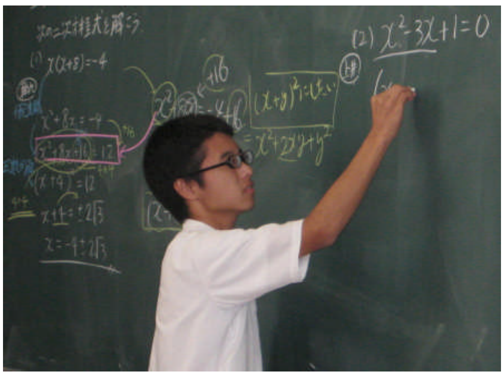
4　資質や能力を育むための手だて

(1)　課題解決での話合いや記述などの言語活動を位置付けた授業構想

資質や能力を育むために授業の流れの中に「課題をつかむ場」「自分の考えをもつ場」「練り上げる場」「振り返る場」を設定した上で，「練り上げる場」「振り返る場」に言語活動を位置付ける。

「課題をつかむ場」では子ども一人一人が「どうしてこうなるのだろう」を始めとした疑問をもてるような導入課題を提示する。このような導入課題を通して子どもたち自身が疑問をもち，課題解決に意欲的に取り組むことができる。このような場を設定していくことで「『自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする』数学的な態度」[4]を育んでいく。

「自分の考えをもつ場」では，個人で課題を解決させ，考えをもつことができたら，自分の考えをまとめさせる。この場で子どもたち一人一人に考えをもたせることが「練り上げる場」で数学的な考え方を再認識させたり，知識の有用性に気付かせたりするための話合いを有効にするために大切である。そのため机をグループ（４名）の配置にし，考えをもてない子どもが考えをもてている子どもに質問しやすいようにする。また，子どもたちに課題解決をさせることで「『筋道の立った行動をしようとする』数学的な態度」[5]や「『内容を簡潔明確に表現しようとする』数学的な態度」[6]を育んでいく。



自分の考えを発表する子ども

「練り上げる場」では，子どもたちがそれぞれの考えを把握することができるようにするため，全体の場で課題の解決方法やその解決方法を用いた意図などを発表させる。その後，子どもたちに「課題を解決するために大切なことは何か」を始めとした論点を与え，課題解決の過程を振り返らせる。そして，自分の考えを記述させた後に，数学的な考え方を用いた意図やよさ，解決の過程で用いた知識の有用性などについての話合いを行わせる。このように話し合わせることで，数学的な考え方を再認識させたり，解決の過程で用いた知識の有用性に気付かせたりするのである。また，それぞれの考えの比較や関連付

けなどをしていくことで，「『自他の思考を評価し，洗練しようとする』数学的な態度」[7]を育んでいく。

「振り返る場」では，話合いを通して捉えたことを授業日記として「～すれば～できる」という文章で記述させる。「練り上げる場」で再認識することができた数学的な考え方や気付くことができた知識の有用性などを自分の言葉で記述させることで，数学的な考え方の認識を深めさせたり「数学的な概念」を形成させたりする。

(2) 数学的な考え方のカリキュラムへの明記

片桐重男氏は「数学的な考え方を育成するためには，子どもたちが課題の解決の中で用いた数学的な考え方を捉え，分類し，評価することによって普遍化させていく必要がある。」[8]と述べている。そのため，カリキュラム作成時に学習することで認識を深めさせたい数学的な考え方に着目した上で扱う課題を作成する。ここでは課題を解決する子どもたちの考えを予想し，その考えに用いられる数学的な考え方を分類し，明記する。そして，数学的な考え方を用いた意図やよさ，解決の過程で用いた知識の有用性を「予想される授業日記」としてカリキュラムへ明記する。

5　資質や能力が育まれたかの評価について

○　単元を学習する過程において子どもたちが数学的な考え方の認識を深めたり「数学的な概念」を形成したりしていく過程を，授業中の様子や授業日記の記述などから把握する。

○　単元終了時には，単元レポートに取り組ませることによって，数学的な考え方の認識を深めたり「数学的な概念」を形成したりしたことで育まれた数学的な思考力，表現力を発揮させる。単元レポートのルーブリックを用いて，単元レポートの記述内容から数学的な思考力，表現力についての評価をする。

6　１年次の成果と課題

１年次では，数学的な考え方の認識を深めさせたり，「数学的な概念」を形成させたりするために，授業の流れの中の「練り上げる場」「振り返る場」に言語活動を位置付け，実践に取り組んだ。「練り上げる場」において，個々の考えの確認をし，「課題を解決するために大切なこと」を始めとした論点を与え，自分の考えを記述させた後に話合いを行わせた。また，「振り返る場」において，話合いを通して捉えたことを授業日記として自分の言葉で記述させてきた。その結果，数学的な考え方の認識が深まっていたり，「数学的な概念」が形成できていたりすると思われる授業日記の記述が増えてきた。例えば，３年生の単元「式の展開と因数分解」の授業日記に，「（ａ－ｃ）（ｂ－ｄ）のような多項式×多項式の計算は（ａ－ｃ）の多項式をＡなどの文字に置いて，Ａ（ｂ－ｄ）のような単項式×多項式の計算にすれば，今までに習った分配法則を使って計算ができる」という記述が見られた。この授業日記には，多項式を文字に置くことで，未習の計算（多項式×多項式）を既習の計算（単項式×多項式）に直すと計算ができるという「演繹的」な考え方のよさや多項式×多項式の乗法の計算について記述している。この記述から，「演繹的」な考え方の認識を深めさせたり，多項式×多項式の計算にかかわる「数学的な概念」を形成させたりすることができたと考えられる。

このことから，言語活動を取り入れた授業を行うことが数学的な考え方の認識を深めさせたり，「数学的な概念」を形成させたりするために有効であることが分かった。

しかし，「練り上げる場」において，認識を深めさせたい数学的な考え方を再認識させたり，知識の有用性に気付かせたりすることが十分にできなかった授業もあった。話合いのさせ方や与える論点などが適切ではないことがあったためではないかと考える。

そこで，２年次においては「練り上げる場」において，数学的な考え方を再認識させたり，解決の過程で用いた知識の有用性に気付かせたりするための工夫を模索していく必要があると考えた。

7　２年次のねらい

「練り上げる場」において，数学的な考え方を再認識させたり，解決の過程で用いた知識の有用性に気付かせたりするための工夫を模索していく。そして，それらの工夫が有効であるかどうかを以下の評価を行い，検証する。

○　カリキュラムに明記した「予想される授業日記」を用いて，「練り上げる場」での発言や記述，「振り返る場」での授業日記の記述から数学的な考え方の認識の深まりや「数学的な概念」の形成についての評価をする。

○　単元レポートのルーブリックを用いて，単元レポートの記述内容から数学的な思考力，表現力についての評価をする。

Ⅲ　実践例：単元「連立方程式」（第２学年）

1　単元の構成

(1)　単元について

本単元では，数学的な思考力，表現力を育むために，「演繹的」「類推的」「記号化」「図形化」「特殊化」といった五つの数学的な考え方の認識を深めさせたり連立方程式にかかわる「数学的な概念」を形成させたりする。そのために，「与える論点をカリキュラムに明記する」「話合いの中で，かかわりのある発言を引き出す問い返しを行う」「話し合われた意見を分類し，それにかかわる数学的な考え方を子どもたちに示す」という三つの工夫を行う。

本単元の序盤では，与えられた条件から，表や式など様々な解決方法で数量関係を捉えさせる。初めに条件が不足している課題を提示して，二元一次方程式の解が複数存在することに気付かせた後，解を一つに限定するための条件を考えさせる。ここでは，「記号化」「図形化」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，二元一次方程式にかかわる「数学的な概念」を形成させたりする。中盤では，連立方程式を能率的に解く方法について考えさせる中で，二つの文字のうち一方の文字を消去すれば，既習の一元一次方程式に帰着して解くことができることに気付かせる。また，代入法と加減法を比較させる。そしてそれらの活動を通して，「演繹的」「類推的」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の解の求め方にかかわる「数学的な概念」を形成させたりする。終盤では，具体的な事象を基にした課題に取り組ませ，その解決方法を比較させる。ここでは「演繹的」「記号化」「図形化」「特殊化」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」を形成させたりする。

単元終了時には，単元レポートに取り組ませ，単元全体を通して育まれた子どもたちの数学的な思考力，表現力を発揮させる。

(2)　本単元の目標

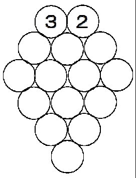
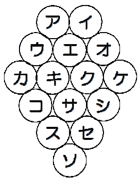
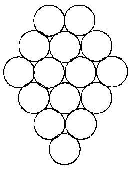
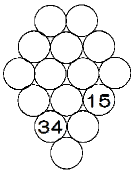
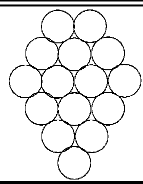
関：関心・意欲・態度　　考：見方・考え方　　技：技能　　知：知識・理解

単元の目標	関　連立方程式の解の求め方を考えようとする。また，課題解決に連立方程式を進んで用いようとする。 考　連立方程式の解の求め方を考察することができる。また，数量関係を的確に捉え，連立方程式をつくることができる。 技　連立方程式を代入法や加減法で能率的に解くことができる。また，連立方程式を用いて課題を解決することができる。 知　連立方程式とその解の意味，連立方程式の解の求め方やその有用性を理解している。

(3) 指導計画〔カリキュラム〕

時間	課　題	指導上の留意点
	○導入課題　◎課題　◇話合いの論点　◆認識を深めさせたい数学的な考え方　☆予想される授業日記	
1 2	○　じゃんけんをして，勝つと階段を３段進み，負けると１段進むこととする。今，18段目にいるとすると，何回勝って何回負けたことになるでしょうか。	・表や式など様々な解決方法を考えさせる。 ・文字を二つ使うことによって，式化することが容易になることに気付かせる。 ・ｘ，ｙを使って二元一次方程式をつくらせる。 ・二元一次方程式，二元一次方程式の解という用語を知らせる。 ・二元一次方程式の解は複数存在することに気付かせる。
	◎　条件を加えたとき，何回勝って何回負けたことになるでしょうか。 （例） ・負けた回数 ・じゃんけんの回数 ・相手の段数 ◇　今回の課題を解く上で，大切なことは何でしょうか。	・様々な条件を出させる。そのときに，具体的な数値を例として挙げ，解を求めさせる。 ・ｘ，ｙを使って，条件を式化させる。 ・第１時で使った表から，それぞれの解を求めさせる。 ・二つの条件によって，解が一つに限定されることに気付かせる。 ・連立方程式，連立方程式の解という用語を知らせる。
	◆　記号化 ☆　求めたい数量が二つあるとき，二つの文字を使えば数量関係を簡単に式に表すことができ，式に値を代入して解を求めることができる。	◆　図形化 ☆　二つの条件から，二つの表を使えば，解を求めることができる。
3	○　次の連立方程式を表を使わないで解を求めましょう。 $\begin{cases} 3x+y=18 \\ x=\square \end{cases}$ ◎　次の連立方程式の解を求めましょう。 $\begin{cases} 3x+y=18 \\ x+y=\square \end{cases}$ ◇　連立方程式を解くために大切なことは何でしょうか。	・□に当てはまる数を子どもに考えさせる。 ・代入したり，式どうしをたしたりひいたりすることで文字を一つにすることができることに気付かせる。 ・解の求め方を分類することで，置き換える代入法と和や差を考える加減法にまとめさせる。 ・既習の一元一次方程式に直せば連立方程式を解くことができることを確認させる。 ・代入法，加減法という用語を知らせる。
	◆　演繹的 ☆　式を代入したり，式どうしをたしたりひいたりすれば，文字を一つにすることができる。	◆　類推的 ☆　文字が一つの一元一次方程式に直せば，１年生で学習した解の求め方を用いることができる。
4 5	○　次の方程式を解くときには，代入法か加減法かどちらが能率的に解けるのかを考えてみましょう。 (1) $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ y=x+1 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 3x+y=11 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 6x+5y=8 \\ 4x+7y=-2 \end{cases}$　(4) $\begin{cases} 2x=5y-3 \\ 4x-9y=-3 \end{cases}$	・代入法，加減法のそれぞれの解の求め方を確認する。 ・代入法と加減法のどちらがより能率的に解くことができるか考えさせ，それが連立方程式の形によって決まることに気付かせる。
	◎　複雑な連立方程式に挑戦しましょう。 (1) $\begin{cases} 2(2x+y)=6x+y+9 \\ 5x-4y+30=0 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x=3y+2 \\ 0.5x-0.3y=1 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 5x+2y=2(x+2y)+8 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=\frac{1}{6} \end{cases}$　(4) $\begin{cases} 0.09x-0.12y=0.9 \\ \frac{3x-y}{6}=\frac{x-2y}{7} \end{cases}$ ◇　連立方程式を能率的に解くために，大切なことは何でしょうか。	・式の中に括弧のあるものや分数，小数が含まれるものについて考えさせる。
	◆　演繹的 ☆　同類項をまとめた後の式の形によって，加減法や代入法の使い分けをすれば，連立方程式を能率的に解くことができる。	◆　類推的 ☆　式の中に括弧のあるものや分数，小数が含まれているものは，括弧をはずしたり，分母をはらったりして整数だけの式に直せば，加減法や代入法を使いやすい式に表すことができる。
6	○　鶴と亀の足の数の合計が94本でした。鶴と亀はそれぞれ何匹いますか。 ◎　鶴と亀が合計で35匹のとき，それぞれ何匹いますか。 ◇　今日の授業の中で，大切なことは何でしょうか。	・条件が一つでは，解を一つに限定することができないことを確認する。 ・様々な解決方法を考えさせる。 ・算数的な解決方法（表や鶴亀算）や一元一次方程式を用いた解決方法を考えさせることで，連立方程式を用いて課題解決することのよさに気付かせる。 ・それぞれの解決方法の関連性について考えさせる。
	◆　記号化 ☆　求めたいものを文字に置けば，数量関係を式に表すことができる。 ◆　図形化 ☆　面積図を用いれば，数量関係を把握しやすくすることができる。	◆　特殊化 ☆　全部鶴として考えるなど，極端な場合を考えれば，数の差から答

		えを求めることができる。

時間	課題 ○導入課題　◎課題　◇話合いの論点　◆認識を深めさせたい数学的な考え方　☆予想される授業日記	指導上の留意点
7	○　全長14kmのコースを，スタートからＡ地点までは自転車に乗って時速20kmの速さで進み，Ａ地点から先は，自転車を降りて時速10kmで走ります。自転車で進んだ道のりと走った道のりはそれぞれ何kmですか。 ◎　スタートからゴールまで１時間かかった場合，自転車で進んだ道のりと走った道のりはそれぞれ何kmですか。 ◇　連立方程式を利用する上で，大切なことは何でしょうか。	・条件が一つでは，解を一つに限定することができないことを確認する。 ・スタートからゴールまで１時間かかった場合について考えさせる。 ・速さの関係を等式に表すことができなかった理由について考えさせる。
	◆　記号化 ☆　条件に合わせて分からないものを文字に置けば，数量関係を簡単な式に表すことができる。	◆　図形化 ☆　線分図を用いれば，数量関係を簡単に把握することができる。
8	○　数字を上から順番にたしていきます。 一番下のマスの数はいくつになりますか。  	・ぶどう算について知らせる。 ・条件が何もなければ，全てのマスの数を求めることができないことを確認させる。 
	◎　どんなことが分かれば，全てのマスの数を求めることができますか。 	・一番上の二つのマスの数が分かれば，全てのマスの数を求めることができることを確認する。 ・ウとエや，カとキのマスの数が分かっても，全てのマスの数を求めることができることを確認し，キとクのマスの数が分かっている場合について考えさせる。
	◎　シとスのマスの数が分かっているだけでは，全てのマスの数を求めることができないだろうか。シが15，スが34の場合を参考に考えてみよう。  	・二つのマスの数が分かれば，全てのマスの数を求めることができることに気付かせ，説明させる。 ・エ，サ，ソの三つのマスの中の二つのマスの数では，同値式になるため，解を求めることができないことに気付かせる。
	◇　ぶどう算を考えていく中で，大切なことは何でしょうか。	
	◆　演繹的 ☆　数量関係を表す式を二つつくれば，全てのマスの数を求めることができる。	◆　記号化 ☆　一番上の二つのマスの数を文字に置けば，数量関係を式に表すことができる。
9	単元レポート ○　ぶどう算についてさらに追究してみましょう。 連立方程式の単元の中で，右図のような15粒のぶどう算をたしていく場合について学習しました。このことを発展させて，さらに追究してみましょう。 	
10	単元テスト	

２　子どもの実態

(1) 学級全体の様子

本研究では，数学的な思考力，表現力を単元の最後に行う単元レポートによって発揮させ，そのルーブリックによって評価を行っている。

前単元「式の計算」では，連続する三つの整数の和が３の倍数になることを文字を用いて「演繹的」に説明している。単元レポートでは，この学習課題をどのように発展させることができるかについて学級全体で発表させた。ここでは「連続する整数の個数を変えたらどうか」「連続するという条件を一つおき，二つおきと変えたらどうか」「和を差に変えたらどうか」などの意見が発表された。その後，各自でテーマを設定させて取り組ませた。前単元「式の計算」における単元レポート及びそのルーブリックについては次に示す。

＜「式の計算」の単元レポートの課題＞

式の計算の単元の中で，連続する三つの整数の和について学習しました。 このことを発展させて，さらに追究してみましょう。

＜「式の計算」の単元レポートのルーブリック＞

A	下記の内容のいずれかを満たしている。 ・連続する整数の個数と倍数となる数との関係を考え，整数の個数について奇数個及び偶数個に場合分けをし，奇数個の場合はその個数の倍数になり，偶数個の場合はその個数の半分の数の倍数になるという規則性をそれぞれ「帰納的」に見つけている。 ・連続するという条件を一つおき，二つおき…に変え，数と数との間隔をいくつにしても必ず３の倍数になることを「演繹的」に説明することができている。
B	下記の内容のいずれかを満たしている。 ・連続する整数の個数の条件変えを行っており，どの数の倍数になるのかを「演繹的」に説明している。 ・連続するという条件を一つおき，二つおき…に変え，具体的な数の場合について，３の倍数になることを「演繹的」に説明することができている。

前述の単元レポートを「式の計算」の単元レポートのルーブリックで評価したところ，Ａが９名，Ｂが26名，Ｃが５名であった。評価Ｂの子どもの割合が学級全体において，６割を超えている。

Ａの子どもたちのうち７名の子どもは，整数の個数の条件変えを行っており，どの数の倍数になるのかを「演繹的」に説明していた。さらにその上で，整数の個数と倍数となる数との関係を考え，整数の個数について奇数個及び，偶数個に場合分けをし，奇数個の場合はその奇数の倍数になり，偶数個の場合はその偶数の半分の数の倍数になるという規則性を「帰納的」に見つけていた。また，残りの２名は，連続するという条件を一つおき，二つおき…に変え，数と数との間隔をいくつにしても必ず３の倍数になることを「演繹的」に説明することができていた。

Ｂの子どもたちのうち21名は，整数の個数について条件変えを行っており，どの数の倍数になるのかを「演繹的」に説明していた。しかし，整数の個数について奇数個及び，偶数個に場合分けをしていなかったり，整数の個数と倍数となる数との関係の規則性を見つけたりすることができなかった。また，連続するという条件を一つおき，二つおき…に変えて考えていた子どもも５名いたが，具体的な数の場合について，３の倍数になることの説明はできているものの，数と数との間隔をいくつにしても必ず３の倍数になることについては説明できていなかった。

Ｃの子どもたちのうち３名は，整数の個数を三つから五つに変えた場合のみを説明していた。また，残りの２名は，和を差や積に条件変えする際に，文字式の計算の仕方を間違えていた。

(2) 抽出生徒について

割合の多かった評価Ｂの子どものうち１名を抽出生徒として設定した。抽出生徒Ａ（以下生徒Ａ）は，授業での課題に対して，自分の考えをもつことができ，課題解決の手順や結論を記述することができる子どもである。ただ，解決方法を用いた意図を記述することは少ない。また，論点に対する自分の考えを記述したり，話合いを通して捉えたことを自分の言葉で授業日記に記述したりすることができないこともある子どもである。

３　本単元における抽出生徒を含めた学級全体の子どもに期待する姿

・「練り上げる場」での発言や記述，「振り返る場」での記述を通して「演繹的」「類推的」「記号化」「図形化」「特殊化」の五つの数学的な考え方の認識を深めたり，連立方程式にかかわる「数学的な概念」を形成したりすることができる姿。
・単元レポートで，連立方程式の学習を基に，言葉や式，図などを適切に用いて，論理的に考察す

ることができる姿。

4　本単元における学級全体と生徒Ａの姿

(1)　第１時から第２時における授業の様子

第１時から第２時は，解を一つに限定するための条件を考えさせていくことを通して，「図形化」「記号化」といった数学的な考え方の認識を深めたり，二元一次方程式にかかわる「数学的な概念」を形成させたりしていくことをねらいとした。

第１時から第２時の導入課題と課題（○導入課題　◎課題）
○　じゃんけんをして，勝つと階段を３段進み，負けると１段進むこととする。今，18段目にいるとすると，何回勝って何回負けたことになるでしょうか。
◎　条件を加えたとき，何回勝って何回負けたことになるでしょうか。

「練り上げる場」の中で，「今回の課題を解く上で大切なことは何か」という論点を与え，子どもたちに自分の考えを記述させた。多くの子どもたちは，二つの条件を表や式に表すことが大切であるといった内容を記述していた。そして，その記述を基に，「今回の課題を解く上で大切なことは何か」について話合いを行った。そこでは「表にして規則を見つければ，分かりやすくまとめることができる」や「条件を加えて，式を二つにすることが大切」という意見が発表された。また，「相手が18段目にいる」という条件を加えた場合には，二つの条件に当てはまる共通の解がなかったことを踏まえて，「解がないときがあるので，成り立つかどうか見通しを立てることが大切」という意見も発表された。この場の最後に，表にかかわる意見を「図形化」，文字や式にかかわる意見を「記号化」の考え方と分類し，子どもたちに伝えた。

「振り返る場」では，多くの子どもたちは，表や式を用いて数量関係を表すことの大切さについて記述していた。中には，表から見つけることができた規則を基に，式に表すこともできるという表と式を関連付けて記述している子どもも見られた。また，「条件が少ない場合は，解がたくさん存在する」や「条件を加えることによって，解を一つに限定することができる」といった記述も多く見られた。

生徒Ａが学習プリントに記述した「論点に対する自分の考え」及び「話合いを通して捉えたこと」は以下の通りである。ただし，〔　　〕については，教師が言葉を補足したものである。

論点に対する自分の考えの記述内容	話合いを通して捉えたことの記述内容（授業日記）
・相手の勝ち数や段数などを自分と比較して矛盾していないか気を付けることが大切。 ・表などにして分かりやすくすれば比較しやすい。	ｘなどの文字を使った方程式をつくると簡単に解けることが分かった。どこを文字に置くかをしっかり考えて式をつくることが大切だと思う。〔自分で文字に置くときには，〕きちんと○○をｘとすると書かなければならないと思う。

多くの子どもたちの授業日記の記述から，「図形化」や「記号化」の考え方の認識が深まったり，二元一次方程式にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。しかし，一部の子どもの授業日記からは，「図形化」の考え方の認識については深めることができたとは言えないことも分かった。これは，論点として与えた「課題」という言葉に対して，導入課題を含めて課題であると考えてしまった子どもがおり，課題とその論点が適切でなかったためである。

生徒Ａについては，論点に対する自分の考えで表を用いることについての記述が見られた。話合い後の授業日記では，文字に置くことや式をつくることについて記述している。これらのことから，生徒Ａは「図形化」「記号化」の考え方の認識が深まったり，二元一次方程式にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。

(2) 第３時における授業の様子

第３時は，表を使わないで連立方程式の解を求めることを通して，「類推的」「演繹的」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の解の求め方にかかわる「数学的な概念」を形成させたりしていくことをねらいとした。

第３時の導入課題と課題（○導入課題　◎課題）	
○　次の連立方程式を，表を使わないで解を求めましょう。 $\begin{cases} 3x+y=18 \\ x=\square \end{cases}$	◎　次の連立方程式の解を求めましょう。 $\begin{cases} 3x+y=18 \\ x+y=\square \end{cases}$

「練り上げる場」の中で，「連立方程式を解く上で大切なことは何か」という論点を与え，子どもたちに自分の考えを記述させた。多くの子どもたちは，二つの文字のうち，一つを消去することが大切であるといった内容を記述していた。そして，その記述を基に，「連立方程式を解く上で大切なことは何か」について話合いを行った。そこでは「片方の文字を消して，もう片方の値を求めることが大切」という意見が発表され，文字という言葉にかかわって問い返しを行うと「文字を消すために，加減法や代入法を使うことが大切」という意見も発表された。しかし，課題解決の過程で「なぜ文字を消すのか」という問い返しを行っていなかったため，論点に対する話合いでも，文字を消去する意図を明らかにすることができなかった。また，生徒Ａは「もう片方の値を求めるために，等式の性質を使うことが大切」と発表した。その際，等式の性質は，式変形をするための根拠であることを確認した。最後に文字を一つにすることにかかわる意見を「演繹的」な考え方であると子どもたちに伝えた。

自分の考えを発表する子ども

「振り返る場」では，多くの子どもたちは，代入法や加減法を用いて文字を消去し，文字を一つにすることの大切さについて授業日記に記述していた。また，代入法や加減法を用いて解を求める際の手順について記述している子どもも見られた。

生徒Ａが学習プリントに記述した内容は，次の通りである。

論点に対する自分の考えの記述内容	話合いを通して捉えたことの記述内容（授業日記）
・代入法を使うときは，ｘ＝□を書いておくとよい。 ・文字を一種類だけにする。 ・計算するとき，等式の性質を使う。	文字を一種類だけにするには，代入法や加減法があるので，その時その時で，使いやすい方を選んで使うと速く計算できる。

子どもたちの授業日記の記述から「演繹的」な考え方の認識が深まったり，連立方程式の解の求め方にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。しかし，練り上げる場で文字を消去する意図を明らかにすることができなかったため，二つの文字のうち一つを消去すれば，既習の一元一次方程式に帰着して考えることのよさに気付かせることができなかった。そのため，それにかかわる記述も少なかったことから「類推的」な考え方の認識を深めることができたとは言えない。

生徒Ａについては，論点に対する自分の考えで，代入法を用いること，文字を一つにすること，及び等式の性質を利用することについての記述が見られ，「演繹的」な考え方の認識が深まったり，連立方程式の解の求め方にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。また，話合い後の授業日記では，「文字を消去するために加減法や代入法を用いる」というように，それぞれを関連付けて記述していることが分かる。しかし，一元一次方程式に帰着して考えることのよさの記

述が見られなかったため，「類推的」な考え方の認識については深めることができたとは言えない。

⑶ 第４時から第５時における授業の様子

第４時から第５時は，連立方程式を能率的に解く方法について考えさせることを通して，「演繹的」「類推的」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の解の求め方にかかわる「数学的な概念」を形成させたりしていくことをねらいとした。

第４時から第５時の導入課題と課題（○導入課題　◎課題）
○　次の方程式を解くときには，代入法か加減法かどちらが能率的に解けるのかを考えてみましょう。 (1) $\begin{cases}3x+4y=11\\y=x+1\end{cases}$　(2) $\begin{cases}3x+y=11\\2x-y=4\end{cases}$　(3) $\begin{cases}6x+5y=8\\4x+7y=-2\end{cases}$　(4) $\begin{cases}2x=5y-3\\4x-9y=-3\end{cases}$ ◎　複雑な連立方程式に挑戦しましょう。 (1) $\begin{cases}2(2x+y)=6x+y+9\\5x-4y+30=0\end{cases}$　(2) $\begin{cases}x=3y+2\\0.5x-0.3y=1\end{cases}$　(3) $\begin{cases}5x+2y=2(x+2y)+8\\\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=\frac{1}{6}\end{cases}$　(4) $\begin{cases}0.09x-0.12y=0.9\\\frac{3x-y}{6}=\frac{x-2y}{7}\end{cases}$

論点に対する考えを記述する子ども

「練り上げる場」の中で，「連立方程式を能率的に解く上で大切なことは何か」という論点を与え，子どもたちに自分の考えを記述させた。多くの子どもたちは，「括弧がある式は，括弧をはずすことが大切である」や「小数，分数を整数に直すことが大切である」といった内容を記述していた。そして，その記述を基に，「連立方程式を能率的に解く上で大切なことは何か」について話合いを行った。そこでは「分数は分母の最小公倍数をかけ，小数は10倍，100倍して式を簡単にすることが大切」という意見が発表された。また，式を簡単にするという言葉にかかわって問い返しを行うと「括弧をはずしたり，移項を使って同類項をまとめたり，数が大きい場合には共通の数で割ったりすることも大切」といった意見や「等式の性質を使っている」といった意見も発表された。そして「整数の式に直したら代入法と加減法を使い分けることが大切」という意見も発表された。この場の最後に，代入法や加減法を使い分けることにかかわる意見を「演繹的」，整数だけの式に直すことにかかわる意見を「類推的」な考え方と分類し，子どもたちに伝えた。

「振り返る場」では，多くの子どもたちは，代入法と加減法を使い分けることや整数だけの簡単な式に直すことの大切さについて授業日記に記述していた。

生徒Ａが学習プリントに記述した内容は，次の通りである。

論点に対する自分の考えの記述内容	話合いを通して捉えたことの記述内容（授業日記）
・数が大きくて計算しにくい時は，最大公約数で〔両辺を割って〕解く。 ・小数には10倍，100倍…を，分数には分母の最小公倍数を両辺にかけて整数にする。 ・等式の性質を使う。	文字の係数や式の形を基に考えて，分数の時は〔分母の〕最小公倍数をかけたり，小数の時は10，100をかけたりして，式を簡単にしてから代入法を使うか加減法を使うかを考えるとよい。また，括弧などがついている式は，先にそこを計算してから，移項して，同類項をまとめるとよい。

多くの子どもたちの授業日記の記述から，「演繹的」「類推的」な考え方の認識が深まったり，連立方程式の解の求め方にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。

生徒Ａについては，論点に対する自分の考えで，式を簡単にする方法についての記述が見られた。話合い後の授業日記では，それに加えて，「式を簡単にしてから，代入法を使うか加減法を使うか考えるとよい」という記述がされている。このことから，生徒Ａは「演繹的」「類推的」な考え方の認識が深まったり，連立方程式の解の求め方にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと

考える。

(4) 第６時における授業の様子

第６時は，鶴亀算の課題解決を通して，「記号化」「図形化」「特殊化」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」を形成させたりしていくことをねらいとした。

第６時の導入課題と課題（○導入課題　◎課題）
○　鶴と亀の足の数の合計が94本でした。鶴と亀はそれぞれ何匹いますか。 ◎　鶴と亀が合計で35匹のとき，それぞれ何匹いますか。

論点に対する自分の考えを発表する子ども

「練り上げる場」の中で，「今日の授業の中で大切なことは何か」という論点を与え，自分の考えを記述させた。多くの子どもたちは，連立方程式は式をつくりやすいことや，図を使うと条件が分かりやすく整理できることを記述していた。中には，全て鶴だとする特別な場合について記述している子どももいた。その後，論点に対する自分の考えの記述を基に，「今日の授業の中で大切なことは何か」についての話合いを行った。そこでは「問題に合わせて式をつくることが大切」や「何を表しているかを分かりやすくするために，表や面積図を使うことが大切」という意見が発表された。また，式という言葉にかかわって問い返しを行うと「文字が一つだと，式が複雑になるので，文字を二つ使った連立方程式を用いることが大切」という意見も発表された。しかし，教師が特別な場合について記述している子どもを把握しておらず意図的指名ができなかったため，話合いで発表させることができなかった。この場の最後に，式にかかわる意見を「記号化」，面積図にかかわる意見を「図形化」の考え方と分類し，子どもたちに伝えた。

「振り返る場」では，多くの子どもたちは，連立方程式は簡単に式をつくることができることや表や図を使って表すと何を表しているのかが一目で分かることについて授業日記に記述していた。

生徒Ａが学習プリントに記述した内容は，次の通りである。

論点に対する自分の考えの記述内容	話合いを通して捉えたことの記述内容（授業日記）
・連立方程式は簡単に式をつくることができるのでｘとｙが出しやすい。 ・文字を使うと答えが出しやすい。	文字を用いることが大切だと思う。〔なぜなら〕図や表よりは簡単に解くことができるし，式もつくりやすいからである。けれど，場合によって〔図や表を〕使い分けるとよいと思う。テストの時は，連立方程式で解いて，他の子に教えてあげる時は，途中経過が分かる図や表を使うとよいと思う。

子どもたちの授業日記の記述から，「記号化」「図形化」の考え方の認識が深まったり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。しかし，全て鶴と仮定した場合の考えである「特殊化」の考え方についての記述が少なかったため，「特殊化」の考え方の認識を深めることはできなかったと考える。これは，子どもたちの中では，全てを鶴と仮定した「特殊化」の考えと，面積図を用いた「図形化」の考えは同じ考えであると捉えていたことや教師が意図的指名をすることができなかったためである。

生徒Ａについては，文字や式についての記述だけでなく場合によって図や表を使うことも大切であることについても記述していることが分かる。よって，生徒Ａは「記号化」「図形化」の考え方

の認識が深まったり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。

(5) 第７時における授業の様子

第７時は，道のり，速さ，時間の課題解決を通して，「図形化」「記号化」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」を形成させたりしていくことをねらいとした。

第７時の導入課題と課題（○導入課題　◎課題）
○　全長14kmのコースを，スタートからＡ地点までは自転車に乗って時速20kmの速さで進み，Ａ地点から先は，自転車を降りて時速10kmで走ります。自転車で進んだ道のりと走った道のりはそれぞれ何kmですか。
◎　スタートからゴールまで１時間かかった場合，自転車で進んだ道のりと走った道のりはそれぞれ何kmですか。


自分の考えを発表する子ども

「練り上げる場」の中で，「それぞれにかかった時間を文字に置いて連立方程式を用いた」考えが発表された。その際「なぜ時間を文字に置いたのか」と問い返したところ，「道のりを文字に置いた場合だと，式が分数になってしまい計算するのが面倒だから」という意見が発表された。それによって，時間を文字に置いた意図を明らかにすることができた。その後，「方程式を利用する上で大切なことは何か」という論点を与え，子どもたちに自分の考え記述させた。多くの子どもたちは，文字に置くものを明らかにすることや線分図を用いることについて記述していた。そして，その記述を基に，「方程式を利用する上で大切なことは何か」についての話合いを行った。そこでは，生徒Ａから「何を文字に置くと簡単かを考えることが大切」といった意見が発表され，その後，他の子どもから「何を表しているかを分かりやすくするために，線分図を用いることが大切」といった意見も発表された。また，文字に置くことや線分図にかかわって問い返しを行うと，「どんな答えを求めているかを考えれば，少ない式で答えを求めることができる」や「線分図を描く場合には，道のりだけでなく，速さや時間をたくさん書き込むことが大切」「線分図を描くことで式がつくりやすくなる」といった意見も発表された。この場の最後に，文字に置くことにかかわる意見を「記号化」，線分図にかかわる意見を「図形化」の考え方と分類し，子どもたちに伝えた。

「振り返る場」では，多くの子どもたちは，何を文字に置くかを考えることで，より簡単に答えを求めることができることや線分図を使って表すと道のりと時間の数量関係が一目で分かることについて授業日記に記述していた。

生徒Ａが学習プリントに記述した内容は，次の通りである。

論点に対する自分の考えの記述内容	話合いを通して捉えたことの記述内容（授業日記）
・何を文字に置くと簡単かを考えて解く。 ・ｘ＋ｙ＝○の形にできると楽。	今日の授業では，どんな答えを求めているかを考えて方程式をつくるといいと思った。そうすると少ない式で済むし，計算も簡単だと思った。なので，求めたいものを文字に置くとよい。また，分かりにくいときは，線分図を描いて考えるとよい。

子どもたちの授業日記の記述から，「記号化」「図形化」の考え方の認識が深まったり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。

生徒Ａについては，論点に対する自分の考えで，文字に置くことについての記述が見られたが，話合い後の授業日記では，数量関係を分かりやすくするために線分図を用いることについての記述が書き加わっていることが分かる。したがって，生徒Ａは，「記号化」「図形化」の考え方の認識

が深まったり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。

(6) 第８時における授業の様子

第８時は，ぶどう算の課題解決を通して，「演繹的」「記号化」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」を形成させたりしていくことをねらいとした。

第８時の導入課題と課題（○導入課題　◎課題）
○　数字を上から順番にたしていきます。一番下のマスの数はいくつになりますか。 ◎　どんなことが分かれば，全てのマスの数を求めることができますか。 ◎　シとスのマスの数が分かっているだけでは，全てのマスの数を求めることができないだろうか。シが15，スが34の場合を参考に考えてみよう。

「練り上げる場」の中で，「どこの二つのマスでも，数が分かれば，全てのマスをうめることはできますか」と問い返したところ，始めは「できる」と答えたが，「ア，ウ，カや，イ，オ，ケのうちの二つでは，二元一次方程式をつくることができないから，全てのマスをうめることはできない」という意見が発表された。さらにエが10，サが30の場合を例に挙げて考えさせたところ，「何パターンもでき，数を限定することができない」という意見が発表された。そこで，「なぜ，何パターンもできてしまうのか」と問い返すと，生徒Ａから「連立方程式をつくっても，式を簡単にすると二つとも同じ式になってしまい，解を求めることができないから」という意見が発表され，エ，サ，ソのうちの二つでは，同値式のため，全てをうめることはできないことを明らかにすることができた。その後，「ぶどう算を考える上で大切なことは何か」という論点を与え，子どもたちに自分の考え記述させた。多くの子どもたちは，一番上の二つのマスを文字に置くことや，連立方程式を用いることについて記述していた。その記述を基に「ぶどう算を考える上で大切なことは何か」についての話合いを行った。そこでは，「ｘやｙなどの文字に置いて，連立方程式をつくることが大切」という意見が発表され，それにかかわった意見として生徒Ａから「ｘとｙを含んだ数量関係を等式に表せるところに文字に置くことが大切」という意見が発表された。また，「連立方程式をつくれば，答えを求めやすくなり，全てのマスの数をうめることができる」といった意見も発表された。この場の最後に，連立方程式にかかわる意見を「演繹的」，文字に置くことにかかわる意見を「記号化」の考え方と分類し，子どもたちに伝えた。

「振り返る場」では，多くの子どもたちは，一番上のマスを文字に置いて全てのマスを文字を用いた式に表すことや，連立方程式をつくって解けばよいことについて授業日記に記述していた。

生徒Ａが学習プリントに記述した内容は，次のとおりである。

論点に対する自分の考えの記述内容	話合いを通して捉えたことの記述内容（授業日記）
・文字を使って考える。 ・ｘ＋ｙ＝数になるように考えて，その後，連立方程式をつくる。	この問題は，ｘとｙの文字を使って〔連立〕方程式をつくることが大切だと思った。また，ｘとｙを当てはめる場所はｘとｙの数量関係を等式に表すことができる場所じゃないといけない。数字の上や横のマスを使って，等式に表すようにしなければいけない。

子どもたちの授業日記の記述から，「演繹的」「記号化」な考え方の認識が深まったり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。

生徒Ａについては，論点に対する自分の考えで，文字に置くことや連立方程式をつくることについての記述しか見られなかった。しかし，話合い後の授業日記では，数量の関係を等式に表せるように文字に置くことが大切であることについての記述が書き加わっていることが分かる。したがって，生徒Ａは「演繹的」「記号化」といった考え方の認識が深まったり，連立方程式の利用にかか

わる「数学的な概念」が形成できたりしたと考える。

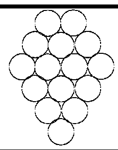
(7) 第９時における授業の様子

ア　学級全体の様子

「連立方程式」の単元レポートでは，第８時のぶどう算の学習課題をどのように発展させることができるかについて学級全体で発表させた。ここでは「ぶどうのマスの個数を増やしたらどうか」「たし算をひき算に変えたらどうか」などの意見が発表された。その後，各自でテーマを設定させて取り組ませた。本単元「連立方程式」における単元レポート及びそのルーブリックについては，次に示す。

＜「連立方程式」の単元レポートの課題＞

連立方程式の単元の中で，右図のような15粒のぶどう算をたしていく場合について学習しました。
このことを発展させて，さらに追究してみましょう。



＜「連立方程式」の単元レポートのルーブリック＞

A	**下記の内容のいずれかを満たしている。** ・一番上のマスの個数を三つにし，「記号化」の考え方を用いて一番上のマスの数を文字に置く。さらに二つのマスの数が分かっている場合では解を一つに限定することができないことに気付き，三つのマスの数が分かっている場合では三つの三元一次方程式を用いれば解を一つに限定することができることを「演繹的」に説明している。 ・一番上のマスの個数を変えずに周囲のマスの個数を増やした場合を考え，「記号化」の考え方を用いて一番上のマスの数を文字に置き，連立方程式を用いて，一番上のマスの数を求めることができている。さらに，マスによっては同値式になるため，連立方程式の解を一つに限定することができないことを「演繹的」に説明している。 ・ひき算の場合について考え，「記号化」の考え方を用いて一番上のマスの数を文字に置き，連立方程式を用いて，一番上のマスの数を求めることができている。さらに，マスによっては同値式になるため，連立方程式の解を一つに限定することができないことを「演繹的」に説明している。
B	**下記の内容のいずれかを満たしている。** ・一番上のマスの個数を三つにし，「記号化」の考え方を用いて一番上のマスの数を文字に置く。さらに二つのマスの数が分かっている場合では解を一つに限定することができないことについてまとめている。 ・一番上のマスの個数を変えずに周囲のマスの個数を増やした場合を考え，「記号化」の考え方を用いて一番上のマスの数を文字に置き，連立方程式を用いて，一番上のマスの数を求めることができている。 ・ひき算の場合について考え，「記号化」の考え方を用いて一番上のマスの数を文字に置き，連立方程式を用いて，一番上のマスの数を求めることができている。

上記の単元レポートを「連立方程式」の単元レポートのルーブリックで評価したところ，Ａが11名，Ｂが21名，Ｃが８名であった。評価Ｂの子どもの割合が学級全体において，５割を超えている。

Ａの子どもたちのうち７名の子どもは，一番上のマスの個数を三つに増やした条件変えを行っており，また，２名の子どもは，一番上のマスの個数を変えずに周囲のマスの個数を増やした場合について，そして残りの２名についてはひき算の場合についてそれぞれ追究を行っていた。ルーブリックの記述のように，「記号化」と「演繹的」な考え方を用いることができていた。

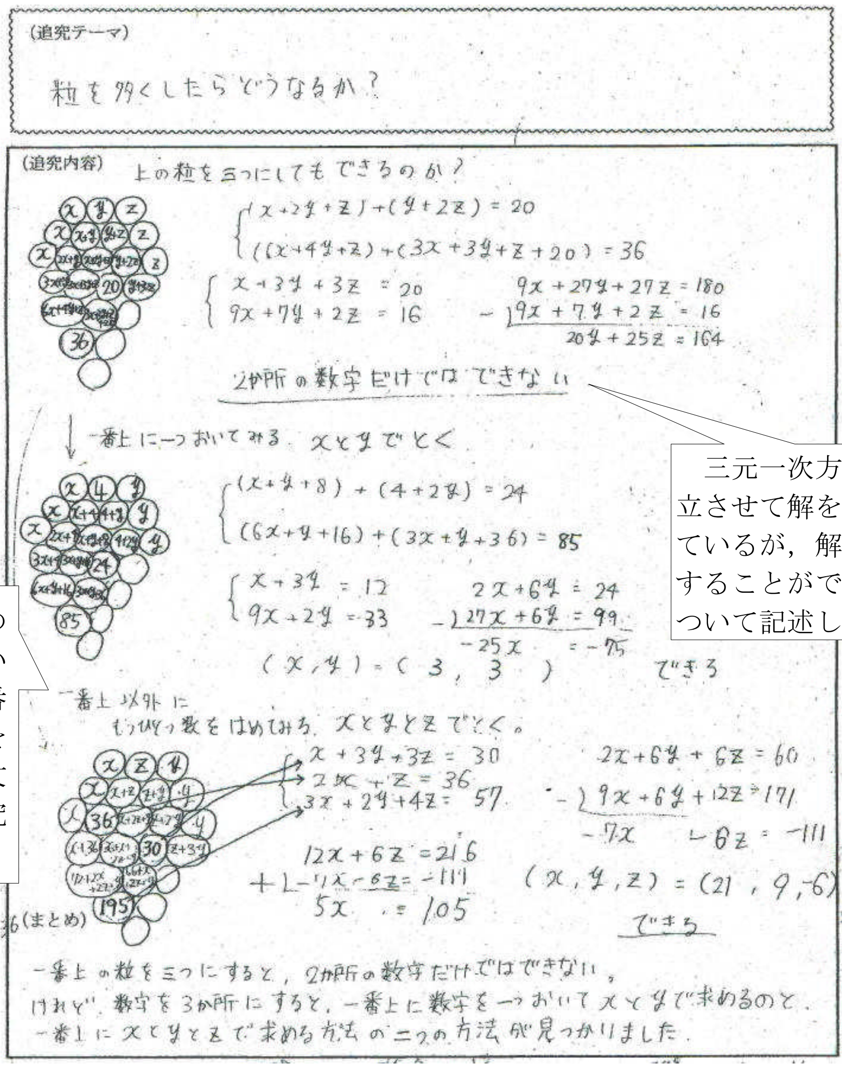
Ｂの子どもたちのうち11名は周囲のマスの個数を増やした場合について，残りの10名はひき算の場合について考えて，それぞれ「記号化」の考え方を用いて一番上のマスの数を文字に置いた上で，連立方程式をつくり，一番上のマスの数を求めていた。しかし，マスによっては同値式になるため，連立方程式の解を一つに限定することができないことについての記述がされておらず，「演繹的」な考え方の認識が十分ではないと考えられる。

Ｃの子どもたちのうち５名は，一番上の二つのマスに具体的な数を当てはめ，全てのマスをうめることができるかを追究していたため，「記号化」の考え方の認識が十分ではないと考える。また，残りの３名は，複雑な条件変えを行ったことによって結論まで至らなかったり，根拠がないまま結論を記述したりしていた。これらのことから「演繹的」な考え方の認識が十分ではないと考える。

イ　生徒Ａの単元レポートの見取り

一番上のマスの個数を三つにした場合も，二つのマスの数が分かっていれば全てのマスをうめることができるかについて取り組んでいる。一番上のマスの数をｘ，ｙ，ｚの三つの文字に置いて，下の方にある二つのマスに具体的な数を当てはめた条件の中で，解が一つに限定できるかを追究している。三つの文字と二つの具体的な数を使って，三元一次方程式を二つつくって，解を求めようとしたが，一つの文字が消去できても，二つの文字が残ってしまい，二つのマスの数が分かっているだけでは，解を一つに限定することができないことに気付くことができた。その後，三つのマスの数が分かっている条件で追究を進めている。一番上のマスのうち，一つが分かっている条件について調べ，解が一つに限定することができることに気付き，一番上以外でもできるかを追究している。三つの三元一次方程式をつくって，解を求めることができ，二つのマスの数が分かっているときでは，全てのマスをうめることができないが，三つのマスの数が分かっているときでは，全てのマスをうめることができることについてまとめることができた。そのため，単元レポートの評価は

Ａとなった。



三元一次方程式を二つ連立させて解を求めようとしているが，解を一つに限定することができないことについて記述している。

三つのマスの数が分かっている場合で，一番上のマスの数をｘ，ｙ，ｚと文字でおいて追究を行っている。

生徒Ａの「連立方程式」の単元レポート

５　実践の考察

単元全体を通して，「与える論点をカリキュラムに明記する」「話合いの中で，かかわりのある発言を引き出す問い返しを行う」「話し合われた意見を分類し，それにかかわる数学的な考え方を子どもたちに示す」という三つの工夫を行ってきた。これらの工夫によって，授業日記では，認識を深めさせたい数学的な考え方にかかわる記述が増えていったことから「演繹的」「図形化」「記号化」といった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式にかかわる「数学的な概念」を形成させたりすることができたと考える。よって，本実践で行った工夫は，概ね有効であったと考える。しかし，授業によっては課題とその論点が適切ではなかったことや教師が意図的指名をすることができなかったことが原因で，「類推的」「特殊化」といった数学的な考え方の認識を深めさせることができない授業もあった。

また，単元レポートにおいて，前単元と本単元の単元レポートにおける評価を比較したところ，評価が上がった子どもは11名であった。さらに，生徒Ａのように評価Ａの子どもが２名増えた

＜前単元と本単元の単元レポートにおける評価の変容＞

式の計算	連立方程式	式の計算	連立方程式	式の計算	連立方程式
Ａ　９名	Ａ　３名	Ｂ　26名	**Ａ　８名**	Ｃ　５名	Ａ　０名
	Ｂ　６名		Ｂ　12名		**Ｂ　３名**
	Ｃ　０名		Ｃ　６名		Ｃ　２名

ことは本実践の成果である。評価が上がった子どもたちの授業

上がった：11名　<u>下がった：12名</u>　変化なし：17名

日記では，数学的な考え方を用いた意図やよさや知識の有用性にかかわる記述が多く見られた。このことから，単元全体を通して「記号化」「演繹的」な考え方にかかわるといった数学的な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式にかかわる「数学的な概念」を形成したりすることができたため，評価が上がったと考えられる。

しかしその一方で，単元レポートの評価が下がった子どもが12名いることや，評価Ｃの子どもが８名いることが課題として考えられる。特に，評価がＡからＢに下がった子どもについては，同値式では，連立方程式を解くことができないことにかかわる記述が見られなかったことから，「演繹的」な考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」が形成させたりすることができなかったと考えられる。評価がＣの子どもについては，文字を用いることなく，具体的な数を用いて追究していたことから，「記号化」の考え方の認識を深めさせたり，連立方程式の利用にかかわる「数学的な概念」が形成したりすることができなかったと考えられる。

それらの子どもの多くは，授業日記において，数学的な考え方を用いた意図やよさや知識の有用性にかかわる記述が少なかったため，「演繹的」「記号化」の考え方の認識を深めさせたり，連立方程式にかかわる「数学的な概念」を形成させたりすることができなかったと考える。

Ⅳ　おわりに

２年次は，「練り上げる場」において，数学的な考え方を再認識させたり，解決の過程で用いた知識の有用性に気付かせたりするための工夫を模索してきた。実際には，認識を深めさせたい数学的な考え方を再認識させるための論点を考えカリキュラムへ明記した。また，実際の授業では，「練り上げる場」の論点を与えて考えさせた後の話合いにおいて，例えば「面積図にかかわって意見はありませんか」のようにかかわりのある発言を引き出すようにしてきた。また，話し合われた意見を分類し，それにかかわる数学的な考え方を示してきた。その結果，子どもの授業日記からは，数学的な考え方を用いた意図やよさや知識の有用性に関わる記述が増えてきていることが分かった。単元レポートの記述では，今の条件で正しいと分かっている規則が条件を変えても正しいかを論理的に考察しようとする記述や，条件を変えたことによって新たに見つけられた規則が正しいか論理的に考察しようとする記述が多く見られるようになってきた。これらのことから，上記のような工夫が有効であることが明らかになった。

しかし，授業によっては認識を深めさせたい数学的な考え方とは異なる数学的な考え方についての意見が発表され，その後の授業日記に期待していたような記述が余り見られない授業もあった。これは，認識を深めさせたい数学的な考え方に対して課題が適切でないことが原因ではないかと考えられる。また，話合いに時間がかかり予定していたよりも多くの時間が必要になった授業もあった。

そこで今後は，認識を深めさせたい数学的な考え方に対して課題が適切であるかを見直していくことや，有効であることが明らかになった工夫を基にして効率的な話合いができるようにしていく必要がある。

引用文献

１）永田潤一郎『日本数学教育学会誌第91巻第９号Ｐ２～８「活動」を実質的なものにするために－中学校数学科における移行期の展望－』日本数学教育学会，2009年

２）同上

３）片桐重男『数学的な考え方の具体化と指導』明治図書，2004年

４）片桐重男・藤井博敏『数学的な考え方を育てる算数科授業の新展開』明治図書，2009年

５）同上

６）同上

７）同上

８）３）に同じ

参考文献

愛知教育大学附属名古屋中学校『自己をはぐくむ授業の創造』黎明書房，2005年

市川伸一『認知心理学４思考』東京大学出版会，1996年

片桐重男『数学の「学力」とはなにか』『人間愛に基づく算数指導法』明治図書，2009年

国立教育政策研究所『生きるための知識と技能３』ぎょうせい，2007年

佐伯胖『「学び」の認知科学事典』大修館書店，2010年

佐藤学『学校の挑戦』小学館，2006年

田中耕治『新しい学力テストを読み解く』日本標準，2008年

中央教育審議会『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領などの改善について（答申）』2008年

波多野誼余夫『認知心理学５学習と発達』東京大学出版会，1996年

町田健『ソシュールと言語学』講談社現代新書，2004年

文部科学省『中学校学習指導要領解説　数学編』教育出版，2008年