

令和 8 年度入学試験問題

数 学

(数学 I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答はすべて別紙解答用紙に記入しなさい。
3. 解答用紙は 5 枚 です。
4. 問題番号の印刷してある解答用紙に解答しなさい。
5. 各解答用紙には、受験番号を記入する欄がそれぞれ 2 箇所 あります。すべて記入しなさい。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 円周率 π は、円の直径に対する円周の長さの比として定義される。その値として $\pi = 3.14159\dots$ が知られているが、以下の問いではこの値を使わずに答えよ。ただし、半径 1 の円の面積が π であることは使ってもよい。

問 1 不等式

$$3 < \pi < 4$$

が成り立つことを示せ。

問 2 不等式

$$\frac{1}{2} < \cos 1 < \frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 1 < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

が成り立つことを示せ。ただし、角度の単位はラジアンである。

2 n を 2 以上の整数とすると、不等式

$$(1.1)^n > 1 + \frac{n}{10}$$

が成り立つことを、数学的帰納法を用いて示せ。

3 複素数平面上の3点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ に対して,
等式

$$5\gamma = (1 - 3i)\alpha + (4 + 3i)\beta$$

が成り立つとき, 以下の問いに答えよ。ただし, i は虚数単位を表す。

問 1 複素数 $\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$ の値を求めよ。

問 2 $\triangle ABC$ の3つの辺の長さの比を求めよ。

4 a と c を実数とする。 $x > 0$ で定義された関数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(2x+5)(\sqrt{2x}-a)}{x-2} & (x \neq 2) \\ c & (x = 2) \end{cases}$$

について、次の問いに答えよ。

問 1 関数 $f(x)$ が $x = 2$ で連続となるように定数 a および c の値を定め、さらに関数 $f(x)$ を場合分けせずに表せ。

定数 a と c を問 1 で定めた値とし、以下の問いに答えよ。

問 2 方程式 $f'(x) = 0$ の解を求めよ。

問 3 関数 $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。

5 以下の問いに答えよ。

問 1 k と n を正の整数とすると、定積分

$$\int_0^1 \frac{n}{(n + tk)^2} dt$$

を求めよ。

問 2 極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \int_0^1 \frac{n}{(n + tk)^2} dt$$

を求めよ。