令和６年度　愛知教育大学第２年次編入学試験問題

標準的解答例または出題の意図、評価の観点

科目名：　　　　数学

略解

1 問 1.

$$f'(x) = (2\log(\log x))' = \frac{2}{x\log x}.$$

問 2.

$$f''(x) = \frac{-2}{(x\log x)^2} \cdot \left(\log x + x \cdot \frac{1}{x}\right) = \frac{-2(\log x + 1)}{(x\log x)^2}.$$

2 問 1

$$\alpha = \frac{2e^{\frac{\pi}{3}i}}{\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}} = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{12}i}$$

から，

$$\alpha^6 = \sqrt{2}^6 e^{\frac{\pi}{2}i} = 8i.$$

問 2. 題意から，

$$\frac{\pi}{12} \cdot n = k\pi, \qquad k \in \mathbf{N}$$

となる最小の n を求めれば良く，$n = 12$ である．

3 問 1. 求める体積は，

$$\int_{-1}^{1} \pi y^2 dx = 2\int_0^1 \pi(1-x^2)^2 dx = 2\int_0^1 \pi(x^4 - 2x^2 + 1)dx = 2\pi\left[\frac{x^5}{5} - \frac{2}{3}x^3 + x\right]_0^1 = \frac{16}{15}\pi$$

となる．

問 2. 求める体積は，

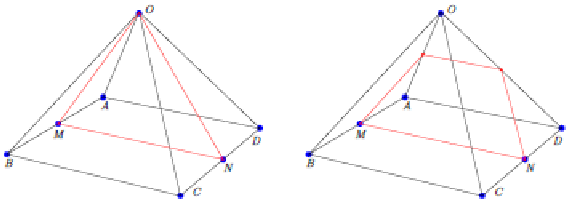
$$\int_0^1 \pi x^2 dy = \int_0^1 \pi(1-y)dy = \pi\left[y - \frac{y^2}{2}\right]_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

となる．

$\boxed{4}$ 問 1. 断面は $OM = ON = 2\sqrt{3}$ の二等辺三角形で高さは $2\sqrt{2}$ である．したがって断面積は

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

である．

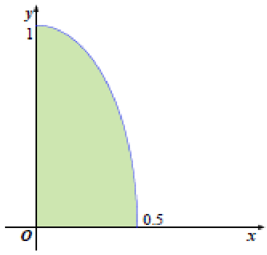


問 2. 断面は上底 2，下底 4 の等脚台形であり，その斜辺の長さは 2 になる．するとこの台形の高さが $\sqrt{3}$ と分かり，したがって断面積は

$$\frac{1}{2} \cdot (2+4) \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

となる．

$\boxed{5}$ 問 1.



問 2.

$$\iint_D xy\ dxdy = \int_0^{1/2} \int_0^{\sqrt{1-4x^2}} xy\ dxdy = \int_0^{1/2} \frac{x}{2} \left[y^2\right]_0^{\sqrt{1-4x^2}} dx$$
$$= \int_0^{1/2} \frac{x - 4x^3}{2} dx = \left[\frac{x^2}{4} - \frac{x^4}{2}\right]_0^{1/2} = \frac{1}{32}$$

となる．

$\boxed{6}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a-1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a-1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} a-1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{vmatrix} \cdot 1 = (a-1)^2 - 1 = a(a-2)$$

となるから，これが 0 になるのは $a = 0, 2$ である．